

# 马来西亚数学邀请赛：总决赛

## MALAYSIA MATHEMATICS INVITATIONAL : FINALS

10

2021

Tingkatan 4 ↔ 高中一年级 ↔ FORM 4

1 小时

10

### ARAHAN/INSTRUCTIONS AND INFORMATION

1. Jangan buka kertas soalan ini sehingga diberitahu oleh cikgu.  
未获监考老师许可之前不可翻开此比赛试卷。  
Do not open the booklet until told to do so by your teacher.
2. Kertas soalan ini mengandungi 30 soalan.  
本试卷共有 30 题。  
This question paper consists of 30 questions.
3. Rajah yang mengiringi soalan tidak dilukiskan mengikut skala kecuali dinyatakan.  
题目所提供之图形只是示意图，不一定精准。  
Diagrams are NOT drawn to scale. They are intended only as aids.
4. Tidak dibenarkan menggunakan jadual matematik atau kalkulator.  
不准使用数学表或计算器。  
Neither mathematical tables nor calculators may be used.
5. Jawapan hendaklah ditulis dengan jelas dalam ruang yang disediakan dalam kertas jawapan.  
答案请另填写在所提供的作答卷的指定位置上。  
Write your answers in the answer boxes on the **separate answer sheet** provided.
6. Markah diberikan untuk jawapan yang betul sahaja.  
只有正确的答案才能得分。  
Marks are awarded for correct answers only.
7. Pihak MiMAS berhak untuk mengkaji semula keputusan peserta-peserta.  
为确保竞赛之公平及公正，MiMAS 主办单位保留要求考生重测之权利。  
MiMAS reserves the right to reexamine students' results before deciding whether to grant official status to their score.

Soalan 1 hingga 10, setiap soalan 3 markah  
1-10題, 每題3分  
Question 1 to 10, each question 3 marks

1. Dalam  $\triangle ABC$ , jika  $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ , dengan titik I ialah pusat  $\triangle ABC$ , maka luas  $\triangle AIB$ : luas  $\triangle AIC$ : luas  $\triangle BIC = ?$

在 $\triangle ABC$ 中,若 $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ ,且I点为 $\triangle ABC$ 的内心,则 $\triangle AIB$ 面积:  
 $\triangle AIC$ 面积:  $\triangle BIC$ 面积=?

In  $\triangle ABC$ , if  $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ , and point I is the center of  $\triangle ABC$ , then the area of  $\triangle AIB$ : the area of  $\triangle AIC$ : the area of  $\triangle BIC = ?$

- (A) 1: 1: 1      (B) 1: 2: 3      (C) 2:  $\sqrt{3}$ : 1      (D) 1: 2:  $\sqrt{3}$

2. Diberi  $f(x) = 3x^2 - 5x - 7$ , maka fungsi yang manakah mempunyai nilai terbesar?

设  $f(x) = 3x^2 - 5x - 7$ , 则下列何者的值最大?

Given  $f(x) = 3x^2 - 5x - 7$ , then which function has the largest value?

- (A)  $f(-2)$       (B)  $f(-1)$       (C)  $f(0)$       (D)  $f(3)$

3.  $\log_2 64\sqrt{2} = ?$

- (A)  $\frac{15}{2}$       (B)  $\frac{13}{2}$       (C)  $\frac{11}{2}$       (D)  $\frac{9}{2}$

4. Dalam jangjang geometri (geometric progression)  $\{a_n\}$ ,  $a_4 - a_2 = 24$ ,  $a_2 + a_3 = 6$ , maka berapakah hasil tambah kesemua digit dalam  $a_5$ ?

等比数列 $\{a_n\}$ 中,  $a_4 - a_2 = 24$ ,  $a_2 + a_3 = 6$ , 则  $a_5$  的各位数字之和为何?

In geometric progression  $\{a_n\}$ ,  $a_4 - a_2 = 24$ ,  $a_2 + a_3 = 6$ , then what is the sum of all digits in  $a_5$ ?

- (A) 9      (B) 10      (C) 7      (D) 8

5. Digit 1, 2, 3, 4, 5 digunakan untuk membentuk nombor empat digit, jika digit tidak berulang, dengan menyusun nombor empat digit mengikut tertib dari kecil ke besar, maka apakah nombor yang ke-213?

由数字 0、1、2、3、4、5 作四位数，若数字不可重复，且将作成的四位数由小到大排列，则第 213 个数为何？

Digits 1, 2, 3, 4, 5 are used to form four-digit numbers. If the digits are not repeated and the four digits numbers are arranged in sequence from the smallest to the largest, then what is the 213<sup>th</sup> number?

- (A) 4251                      (B) 4253                      (C) 4231                      (D) 4235

6. Jika  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ ,  $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ , maka  $P(A' \cap B) = ?$

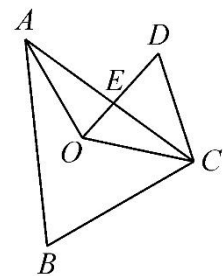
若  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ ,  $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ , 则  $P(A' \cap B) = ?$

If  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ ,  $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ , then  $P(A' \cap B) = ?$

- (A)  $\frac{5}{12}$                       (B)  $\frac{7}{12}$                       (C)  $\frac{1}{3}$                       (D)  $\frac{1}{2}$

7. Dalam rajah di sebelah kanan, titik O ialah pusat luar  $\triangle ABC$ ,  $\triangle OCD$  ialah segi tiga sama sisi,  $\overline{OD}$  bersilang dengan  $\overline{AC}$  di titik E dan bersambung dengan  $\overline{OA}$ , jika  $\angle BAC = 48^\circ$ ,  $\overline{AB} = \overline{AC}$ , maka berapakah sudut  $\angle AED$ ?

如图，O 点为  $\triangle ABC$  的外心， $\triangle OCD$  为正三角形， $\overline{OD}$  与  $\overline{AC}$  交于 E 点，连接  $\overline{OA}$ ，若  $\angle BAC = 48^\circ$ ， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，则  $\angle AED$  为多少度？



In the figure on the right, point O is the outer center of  $\triangle ABC$ ,  $\triangle OCD$  is an equilateral triangle,  $\overline{OD}$  intersects with  $\overline{AC}$  at point E and connects with  $\overline{OA}$ . If  $\angle BAC = 48^\circ$ ,  $\overline{AB} = \overline{AC}$ , then what is angle  $\angle AED$ ?

- (A) 94                      (B) 92                      (C) 98                      (D) 96

8. Diberi  $\sqrt[x]{27^{x-1}} = \sqrt[y]{9}$  dengan  $2^x = \left(\frac{1}{8}\right)^{-y}$ , maka  $2x - 3y = ?$

設  $\sqrt[x]{27^{x-1}} = \sqrt[y]{9}$  且  $2^x = \left(\frac{1}{8}\right)^{-y}$ , 則  $2x - 3y = ?$

Given  $\sqrt[x]{27^{x-1}} = \sqrt[y]{9}$  where  $2^x = \left(\frac{1}{8}\right)^{-y}$ , then  $2x - 3y = ?$

- (A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5

9. Diberi  $\sum_{k=0}^4 (ak + b) = 10$ ,  $\sum_{k=1}^4 (ak + b) = 14$ , maka berapakah nilai  $a + 2b$ ?

已知  $\sum_{k=0}^4 (ak + b) = 10$ ,  $\sum_{k=1}^4 (ak + b) = 14$ , 則  $a + 2b$  之值為何?

Given  $\sum_{k=0}^4 (ak + b) = 10$ ,  $\sum_{k=1}^4 (ak + b) = 14$ , then what is the value of  $a + 2b$ ?

- (A) 9                      (B) 11                      (C) -5                      (D) -7

10. Tiga orang kanak-kanak diagihkan 12 batang pensel yang sama, setiap orang boleh dapat lebih atau tidak dapat pensel, terdapat berapakah cara agihan?

將 12 枝相同的鉛筆全分給 3 位小朋友, 每人可兼得, 亦可不得, 共有多少種分法?

12 same pencils are distributed to 3 children. Each child can get more or no pencils. How many methods of division are there?

- (A)  $3^{12}$                       (B)  $12^3$                       (C)  $C_3^{14}$                       (D)  $C_{12}^{14}$

## Soalan 11 hingga 20, setiap soalan 4 markah

11-20题, 每题4分

## Question 11 to 20, each question 4 marks

11. Jika polinomial  $f(x)$  di bahagi dengan  $x - 1$  mendapat baki 5, dan dibahagi dengan  $x - 2$  mendapat baki 7, maka berapakah baki apabila  $f(x)$  dibahagi dengan  $(x - 1)(x - 2)$ ?

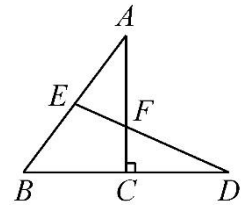
若多项式  $f(x)$  除以  $x - 1$  得余式 5, 除以  $x - 2$  得余式 7, 则  $f(x)$  除以  $(x - 1)(x - 2)$  的余式为何?

If polynomial  $f(x)$  is divided by  $x - 1$  there is a remainder of 5, and then divided by  $x - 2$  there is a remainder of 7, then what is the remainder of  $f(x)$  divided by  $(x - 1)(x - 2)$ ?

- (A)  $x + 4$       (B)  $2x + 3$       (C)  $3x + 2$       (D)  $4x + 1$

12. Dalam rajah di sebelah kanan,  $\overline{AC}$  berserenjang dengan  $\overline{BD}$ , E ialah titik tengah  $\overline{AB}$ , jika  $\overline{BD} = 18\text{cm}$ ,  $\overline{AB} = 15\text{cm}$ , maka berapakah luas sisi empat BCFE, dalam  $\text{cm}^2$ ?

如图,  $\overline{AC}$  是  $\overline{BD}$  的中垂线, E 是  $\overline{AB}$  的中点, 若  $\overline{BD} = 18\text{cm}$ ,  $\overline{AB} = 15\text{cm}$ , 则四边形 BCFE 的面积是多少  $\text{cm}^2$ ?



In the figure on the right,  $\overline{AC}$  is perpendicular to  $\overline{BD}$ , E is the center point of  $\overline{AB}$ , if  $\overline{BD} = 18\text{cm}$ ,  $\overline{AB} = 15\text{cm}$ , then what is the area of quadrilateral BCFE, in  $\text{cm}^2$ ?

- (A) 30      (B) 36      (C) 35      (D) 42

13. Diberi a dan b ialah nombor nyata, jika  $1 - 2i$  ialah satu punca bagi persamaan  $x^2 + ax + b = 0$ , maka  $2a + b = ?$

设 a、b 为实数, 若  $1 - 2i$  为方程式  $x^2 + ax + b = 0$  的一根, 则  $2a + b = ?$

Given a and b are real numbers. If  $1 - 2i$  is the root of equation  $x^2 + ax + b = 0$ , then  $2a + b = ?$

- (A) 1      (B) 3      (C) -1      (D) -3

14. Diberi  $51^{100}$  terdapat 171 nilai tempat, maka berapakah bilangan nilai tempat bagi  $51^{30}$ ?

已知  $51^{100}$  为 171 位数, 则  $51^{30}$  为几位数?

Given there are 171 place values in  $51^{100}$ , then how many place values are there in  $51^{30}$ ?

- (A) 50                      (B) 51                      (C) 52                      (D) 53

15. Berapakah nilai  $1 + (1 + 2) + (1 + 2 + 3) + \dots + (1 + 2 + 3 + \dots + 29)$ ?

$1 + (1 + 2) + (1 + 2 + 3) + \dots + (1 + 2 + 3 + \dots + 29)$  之值为何?

What is the value of  $1 + (1 + 2) + (1 + 2 + 3) + \dots + (1 + 2 + 3 + \dots + 29)$ ?

- (A) 4959                      (B) 4995                      (C) 4459                      (D) 4495

16. Dua orang China, dua orang India dan dua orang Amerika beratur dalam satu baris, terdapat berapakah cara beratur agar orang yang kewarganegaraan sama tidak bersebelahan?

两个中国人、两个印度人、两个美国人排成一列, 同国籍不相邻的有多少种排法?

Two Chinese, two Indians and two Americans queued in a row. How many ways of queueing are there so that people of the same nationality are not beside each other?

- (A) 216                      (B) 240                      (C) 264                      (D) 288

17. Dari 8 integer positif dan 5 integer negatif mengambil 4 nombor secara rawak dan didarabkan, kebarangkalian hasil darabnya ialah integer negatif sama dengan  $\frac{q}{p}$  (dengan p dan q ialah integer positif perdana secara relatif), maka  $p + q = ?$

从 8 个正数、5 个负数中任取 4 个数相乘，其积为负数的机率为  $\frac{q}{p}$  (其中 p、q 为互质的正整数)，则  $p + q = ?$

From 8 positive integers and 5 negative integers, 4 numbers are picked randomly and multiplied. The probability of the product being a negative integer equals  $\frac{q}{p}$  (where p and q integers that are relatively primed), then  $p + q = ?$

- (A) 185                      (B) 205                      (C) 195                      (D) 215

18. Dalam penyelesaian bagi persamaan  $\log_7(7^x + 49) = \frac{x}{2} + 1 + \log_7 2$ ,  $x = ?$

方程式  $\log_7(7^x + 49) = \frac{x}{2} + 1 + \log_7 2$  的解为  $x = ?$

In the solution of equation  $\log_7(7^x + 49) = \frac{x}{2} + 1 + \log_7 2$ ,  $x = ?$

- (A) 1                      (B) 3                      (C) 2                      (D) 4

19. Diberi jujukan nombor  $\langle a_n \rangle$  yang memenuhi  $a_1 = 1$ , dengan  $n \geq 2$ ,  $a_n = \frac{4 - a_{n-1}}{3 - a_{n-1}}$ , maka nilai  $a_{20}$  ialah  $\frac{q}{p}$  (dengan p dan q ialah integer positif perdana secara relatif), berapakah  $p + q = ?$

设数列  $\langle a_n \rangle$  满足  $a_1 = 1$ ，且  $n \geq 2$  时， $a_n = \frac{4 - a_{n-1}}{3 - a_{n-1}}$ ，则  $a_{20}$  的值为  $\frac{q}{p}$  (其中 p、q 为互质的正整数)，请问  $p + q = ?$

Given that number sequence  $\langle a_n \rangle$  fulfils  $a_1 = 1$ , where  $n \geq 2$ ,  $a_n = \frac{4 - a_{n-1}}{3 - a_{n-1}}$ , then the value of  $a_{20}$  is  $\frac{q}{p}$  (where p and q are positive integers which are relatively primed). What is  $p + q = ?$

- (A) 56                      (B) 62                      (C) 59                      (D) 65

20. Dalam  $(1+x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ , jika  $a_4 : a_{n-6} = 3 : 2$ , maka  $n = ?$

$(1+x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  中, 若  $a_4 : a_{n-6} = 3 : 2$ , 则  $n = ?$

In  $(1+x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ , if  $a_4 : a_{n-6} = 3 : 2$ , then  $n = ?$

- (A) 9                      (B) 10                      (C) 7                      (D) 8

Soalan 21 hingga 30, setiap soalan 5 markah

21-30题, 每题5分

Question 21 to 30, each question 5 marks

21. Hitung  $\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+10} = \frac{q}{p}$  ( $p$  dan  $q$  ialah integer positif perdana secara relatif), maka  $q - p =$  \_\_\_\_\_.

计算  $\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+10} = \frac{q}{p}$  (其中  $p$ 、 $q$  为互质的正整数), 则  $q - p =$  \_\_\_\_\_.

Calculate  $\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+10} = \frac{q}{p}$  ( $p$  and  $q$  are positive integers which are relatively primed), then  $q - p =$  \_\_\_\_\_

22. Diberi  $f(x)$  ialah fungsi dengan darjah ketiga, jika  $f(2021) = 2$ ,  $f(2022) = 8$ ,  $f(2023) = 9$ ,  $f(2024) = 6$ , maka nilai  $f(2025)$  ialah \_\_\_\_\_.

设  $f(x)$  为三次函数, 若  $f(2021) = 2$ ,  $f(2022) = 8$ ,  $f(2023) = 9$ ,  $f(2024) = 6$ , 则  $f(2025)$  的值为 \_\_\_\_\_.

Given  $f(x)$  is a third degree function, if  $f(2021) = 2$ ,  $f(2022) = 8$ ,  $f(2023) = 9$ ,  $f(2024) = 6$ , then the value of  $f(2025)$  is \_\_\_\_\_

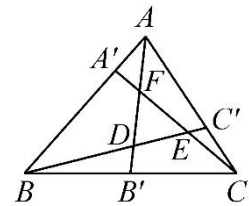


23. Diberi  $i = \sqrt{-1}$ ,  $i^{0!} + i^{1!} + i^{2!} + \dots + i^{10!} = a + bi$ , maka nilai  $3a + 4b$  ialah \_\_\_\_\_.

已知  $i = \sqrt{-1}$ ,  $i^{0!} + i^{1!} + i^{2!} + \dots + i^{10!} = a + bi$ , 则  $3a + 4b$  之值为\_\_\_\_\_。

Given  $i = \sqrt{-1}$ ,  $i^{0!} + i^{1!} + i^{2!} + \dots + i^{10!} = a + bi$ , then the value of  $3a + 4b$  is \_\_\_\_\_.

24. Dalam rajah di sebelah kanan,  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  ialah tiga titik di sisi  $\triangle ABC$ , dengan  $\frac{AA'}{AB} = \frac{1}{4}$ ,  $\frac{BB'}{BC} = \frac{1}{2}$ ,  $\frac{CC'}{CA} = \frac{1}{3}$ ,  $\overline{AB'}$ ,  $\overline{BC'}$ ,  $\overline{CA'}$  membentuk  $\triangle DEF$ , maka luas  $\triangle ABC$  adalah \_\_\_\_\_ kali ganda luas  $\triangle DEF$ .



如图,  $A'$ 、 $B'$ 、 $C'$ 为 $\triangle ABC$ 三边上的点, 且  $\frac{AA'}{AB} = \frac{1}{4}$ ,  $\frac{BB'}{BC} = \frac{1}{2}$ ,  $\frac{CC'}{CA} = \frac{1}{3}$ ,  $\overline{AB'}$ 、 $\overline{BC'}$ 、 $\overline{CA'}$ 围成 $\triangle DEF$ , 则 $\triangle ABC$ 面积为 $\triangle DEF$ 面积的\_\_\_\_\_倍。

In the figure on the right,  $A'$ ,  $B'$  and  $C'$  are three points of  $\triangle ABC$ , where  $\frac{AA'}{AB} = \frac{1}{4}$ ,  $\frac{BB'}{BC} = \frac{1}{2}$ ,  $\frac{CC'}{CA} = \frac{1}{3}$ ,  $\overline{AB'}$ ,  $\overline{BC'}$ ,  $\overline{CA'}$  enclose  $\triangle DEF$ , then the area of  $\triangle ABC$  \_\_\_\_\_ times the area of  $\triangle DEF$ .

25. Hasil tambah ke semua nombor nyata dalam penyelesaian bagi persamaan  $(x^{2020} + 1)(1 + x^2 + x^4 + \dots + x^{2018}) = 2020x^{2019}$  ialah \_\_\_\_\_.

方程式  $(x^{2020} + 1)(1 + x^2 + x^4 + \dots + x^{2018}) = 2020x^{2019}$  的所有实数解之和为\_\_\_\_\_。

The sum of all real numbers in solution of equation  $(x^{2020} + 1)(1 + x^2 + x^4 + \dots + x^{2018}) = 2020x^{2019}$  is \_\_\_\_\_.

26. Dalam nombor tiga digit, jika digit pada nilai tempat puluh adalah lebih kecil daripada digit pada nilai tempat ratus dan sa, maka nombor ini disebut nombor cekung, contohnya 504 dan 746 juga nombor cekung, maka terdapat \_\_\_\_\_ nombor cekung dalam nombor tiga digit dengan digit-digitnya tidak berulang.

三位数中, 如果十位上的数字比百位上的数字和个位上的数字都小, 那么称这个数为凹数, 如 504、746 等都是凹数, 则各个数字上无重复数字的三位数中凹数共有 \_\_\_\_\_ 个。

In a three-digit number, if the digit in the tens place value is smaller than the digit in the hundreds and ones place value, then this number is called a concave number, for example 504 and 746 are concave numbers. Then there are \_\_\_\_\_ concave numbers in three-digit numbers where the digits are not repeated.

27. Diberi  $x, y, z$  ialah nombor nyata positif dan memenuhi  $xyz(x + y + z) = 1$ , maka nilai terkecil  $(x + y)(x + z)$  ialah \_\_\_\_\_.

设  $x, y, z$  为正实数, 且满足  $xyz(x + y + z) = 1$ , 则  $(x + y)(x + z)$  的最小值为 \_\_\_\_\_。

Given  $x, y, z$  are real positive numbers and fulfil  $xyz(x + y + z) = 1$ , then the smallest value of  $(x + y)(x + z)$  is \_\_\_\_\_.

28. Diberi set  $M = \{m \mid m = \frac{p+q}{r}, 2^p + 2^q = 2^r, \text{ dengan } p, q, r \text{ dan } m \text{ ialah nombor bulat}\}$ , maka hasil tambah kesemua unsur dalam set  $M$  ialah \_\_\_\_\_.

设集合  $M = \{m \mid m = \frac{p+q}{r}, 2^p + 2^q = 2^r, \text{ 其中 } p, q, r, m \text{ 皆为整数}\}$ , 则集合  $M$  中所有的元素和为 \_\_\_\_\_。

Given set  $M = \{m \mid m = \frac{p+q}{r}, 2^p + 2^q = 2^r, \text{ where } p, q, r, m \text{ are all whole numbers}\}$ . The sum of all the elements in set  $M$  is \_\_\_\_\_.

29. N ialah satu nombor empat digit kuasa dua sempurna, dengan semua digitnya kurang daripada 7, jika selepas kesemua digit ditambah 3, nombor yang baru juga satu nombor kuasa dua sempurna, maka  $N =$  \_\_\_\_\_.

N 是一个四位完全平方数，各位数字皆小于 7，若每一个数字增加 3 后仍是一个完全平方数，则  $N =$  \_\_\_\_\_。

N is a four-digit perfect square number and all the digits are less than 7. If all the digits are increased by 3, the new number is also a perfect square. Then  $N =$  \_\_\_\_\_

30. Beberapa kuboid dengan panjang tepinya masing-masing ialah 5, 3 dan 2, dengan mengikut arah yang sama membentuk satu kubus dengan panjang tepinya 90, maka terdapat \_\_\_\_\_ kuboid dilintasi oleh satu pepenjuru kubus.

若干个棱长为 5、3、2 的长方体，依相同方向拼成棱长为 90 的正方体，则正方体的一条对角线贯穿的小长方体有 \_\_\_\_\_ 个。

Several cuboids with edge lengths 5, 3 and 2 respectively and in the same direction form a cube with edge length 90, then there are \_\_\_\_\_ cuboids which are crossed by one diagonal of the cube.

本试卷共有 12 页（包括本页）